

NORME  
INTERNATIONALE  
INTERNATIONAL  
STANDARD

CEI  
IEC

60444-1

1986

AMENDEMENT 1  
AMENDMENT 1  
1999-08

---

---

Amendement 1

**Mesure des paramètres des quartz  
piézoélectriques par la technique de phase nulle  
dans le circuit en pi –**

**Partie 1:**

**Méthode fondamentale pour la mesure de la  
fréquence de résonance et de la résistance de  
résonance des quartz piézoélectriques par la  
technique de phase nulle dans le circuit en pi**

Amendment 1

**Measurement of quartz crystal unit parameters  
by zero phase technique in a pi-network –**

**Part 1:**

**Basic method for the measurement of resonance  
frequency and resonance resistance of quartz  
crystal units by zero phase technique in  
a pi-network**

© IEC 1999 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

International Electrotechnical Commission  
Telefax: +41 22 919 0300

3, rue de Varembe Geneva, Switzerland  
e-mail: inmail@iec.ch IEC web site <http://www.iec.ch>



Commission Electrotechnique Internationale  
International Electrotechnical Commission  
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX  
PRICE CODE

H

*Pour prix, voir catalogue en vigueur  
For price, see current catalogue*

## AVANT-PROPOS

Le présent amendement a été établi par le comité d'études 49 de la CEI: Dispositifs piézoélectriques et diélectriques pour la commande et le choix de la fréquence.

Le texte de cet amendement est issu des documents suivants:

FDIS	Rapport de vote
49/442/FDIS	49/445/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cet amendement.

Page 2

### SOMMAIRE

*Ajouter le titre de l'annexe B comme suit:*

Annexe B – Mise à jour de certaines formules de l'annexe A

Page 42

*Ajouter, après l'annexe A, la nouvelle annexe B comme suit:*

## **Annexe B** (normative)

### **Mise à jour de certaines formules de l'annexe A**

#### **B.1 Objectifs**

Dans cette annexe, certaines formules de l'annexe A sont mises à jour en prenant en considération la procédure modifiée d'étalonnage d'un réseau en  $\pi$  avec la résistance de référence  $R_n = 25 \Omega$  à la place de la lame court-circuit.

La formule reliant  $R_r$  aux tensions mesurées est dérivée pour les valeurs arbitraires de la résistance de référence  $R_n$ . L'erreur sur  $R_n$  est prise en considération dans l'analyse des erreurs pour  $R_r$ .

La formule est donnée pour le courant et le niveau d'excitation d'un résonateur à quartz inséré dans le réseau en  $\pi$ . La pente de phase d'un résonateur à quartz inséré dans le réseau en  $\pi$  est obtenue et la formule pour  $Q_{\text{eff}}$  est corrigée.

## FOREWORD

This amendment has been prepared by IEC technical committee 49: Piezoelectric and dielectric devices for frequency control and selection.

The text of this amendment is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
49/442/FDIS	49/445/RVD

Full information on the voting for the approval of this amendment can be found in the report on voting indicated above.

Page 3

### CONTENTS

*Add the title of annex B as follows:*

Annex B – Updating of some formulae of appendix A

Page 43

*Add, after appendix A, the new annex B as follows:*

### **Annex B** (normative)

#### **Updating of some formulae of appendix A**

##### **B.1 Purposes**

In this annex some formulae of the appendix A are updated, taking into account the modified calibration procedure of the  $\pi$ -network with a reference resistor  $R_n = 25 \Omega$  instead of a short.

The formula relating  $R_r$  to the measured voltages is derived for arbitrary values of the reference resistor  $R_n$ . The error of  $R_n$  is taken into account in the error analysis for  $R_r$ .

The formula for current and drive level of the crystal in the  $\pi$ -network is given. The phase slope of the crystal inserted in the  $\pi$ -network is derived and the formula for  $Q_{\text{eff}}$  is corrected.

**B.2 Circuit en π chargé par Z = 50 Ω (avec le circuit en dérivation conforme à la figure 5a)**

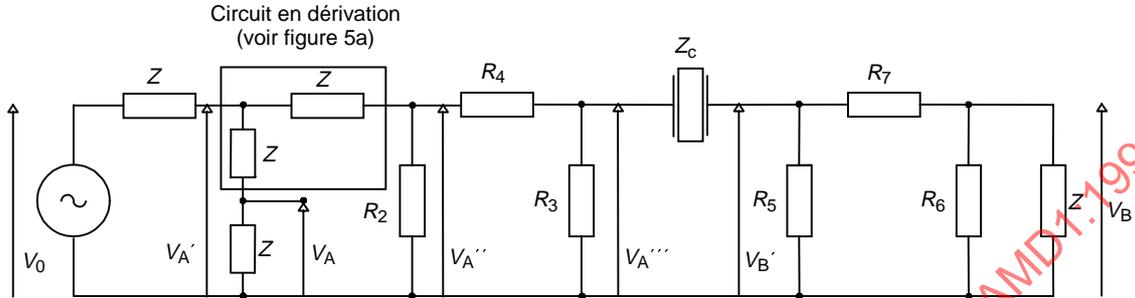


Figure B.1 – Circuit en π chargé

IEC 1019/99

**B.3 Facteur de transfert de la tension d'un circuit en π chargé**

Ci-dessous la dérivation élémentaire du facteur de transfert de la tension est présentée pour obtenir une formule plus complète.

$$\text{Soit } R_6' = R_6 \parallel Z = \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{Z} \right)^{-1}$$

$$\text{Alors } \frac{V_B'}{V_A'} = \frac{R_6'}{R_6' + R_7} = k_\pi = 0,3649 \tag{B.1}$$

$$\text{Définir } R_5' = R_5 \parallel (R_6' + R_7) = \left( \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6' + R_7} \right)^{-1} = R_{T2} = 12,5 \Omega$$

où  $R_{T2}$  est la résistance de terminaison à la sortie du circuit en π comme vu de la part d'un résonateur.

$$\text{Alors } \frac{V_B''}{V_A''} = \frac{R_5'}{R_5' + Z_c} \tag{B.2}$$

$$\text{Définir } R_3' = R_3 \parallel (R_5' + Z_c) = \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5' + Z_c} \right)^{-1}$$

$$\text{Alors } \frac{V_A'''}{V_A''} = \frac{R_3'}{R_3' + R_4} \tag{B.3}$$

## B.2 The $\pi$ -network terminated by $Z = 50 \Omega$ (with power splitter according to figure 5a)

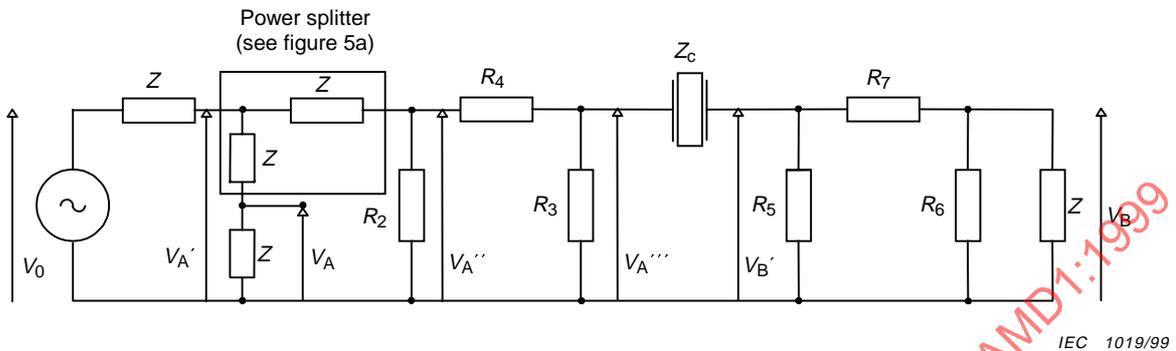


Figure B.1 – Terminated  $\pi$ -network

## B.3 Voltage transfer factor of the terminated $\pi$ -network

In the following an elementary derivation of the voltage transfer factor is presented to provide a more comprehensive formula.

$$\text{Let } R_6' = R_6 \parallel Z = \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{Z} \right)^{-1}$$

$$\text{Then } \frac{V_B'}{V_B} = \frac{R_6'}{R_6' + R_7} = k_\pi = 0,3649 \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Define } R_5' = R_5 \parallel \left( R_6' + R_7 \right) = \left( \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6' + R_7} \right)^{-1} = R_{T2} = 12,5 \Omega$$

where  $R_{T2}$  is the termination resistance at the output of the  $\pi$ -network as seen by the crystal.

$$\text{Then } \frac{V_B''}{V_A''} = \frac{R_5'}{R_5' + Z_c} \quad (\text{B.2})$$

$$\text{Define } R_3' = R_3 \parallel \left( R_5' + Z_c \right) = \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5' + Z_c} \right)^{-1}$$

$$\text{Then } \frac{V_A'''}{V_A''} = \frac{R_3'}{R_3' + R_4} \quad (\text{B.3})$$

Définir  $R_2' = R_2 \parallel (R_3' + R_4) = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3' + R_4} \right)^{-1}$

Il s'ensuit que pour le circuit en dérivation conforme à la figure 5a et ne prenant pas en considération les câbles:

$$\frac{V_A''}{V_A'} = \frac{R_2'}{R_2' + Z} \tag{B.4}$$

et  $\frac{V_A'}{V_A} = \frac{2Z}{Z} = 2$  (B.5)

Le facteur de transfert de la tension  $V_B/V_A$  est obtenu en multipliant les formules (B.1) × (B.2) × (B.3) × (B.4) × (B.5):

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_B}{V_B'} \times \frac{V_B'}{V_A'} \times \frac{V_A''}{V_A'} \times \frac{V_A''}{V_A'} \times \frac{V_A'}{V_A}$$

Après certaines substitutions et réarrangements, on peut montrer que

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{R_2 R_{T1} 2 Z R_{T2} R_6}{(Z(R_2 + R_4) + R_2 R_4) \times (Z(R_6 + R_7) + R_6 R_7)} \times \frac{1}{Z_c + R_{T1} + R_{T2}} \tag{B.6}$$

où

$$R_{T1} = \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z} \right)^{-1}} \right)^{-1} = 12,5 \Omega$$

et

$$R_{T2} = \left( \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7 + \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{Z} \right)^{-1}} \right)^{-1} = 12,5 \Omega$$

$V_B/V_A$  est symétrique par rapport à l'entrée et à la sortie du circuit en  $\pi$  et se divise en un facteur qui dépend de  $Z$  et des valeurs de la résistance du circuit en  $\pi$  seulement, et en un facteur qui dépend de l'impédance du résonateur  $Z_c$  chargée par les impédances de terminaison du circuit en  $\pi$ .

$$\text{Define } R_2' = R_2 \parallel (R_3' + R_4) = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3' + R_4} \right)^{-1}$$

Then, for a power splitter according to figure 5a and disregarding the cables:

$$\frac{V_A''}{V_A'} = \frac{R_2'}{R_2' + Z} \quad (\text{B.4})$$

$$\text{and } \frac{V_A'}{V_A} = \frac{2Z}{Z} = 2 \quad (\text{B.5})$$

The voltage transfer factor  $V_B / V_A$  is obtained by multiplying formulae (B.1)  $\times$  (B.2)  $\times$  (B.3)  $\times$  (B.4)  $\times$  (B.5):

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_B}{V_B'} \times \frac{V_B'}{V_A''} \times \frac{V_A''}{V_A'} \times \frac{V_A'}{V_A}$$

After some substitutions and rearrangements it can be shown that

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{R_2 R_{T1} 2 Z R_{T2} R_6}{(Z(R_2 + R_4) + R_2 R_4) \times (Z(R_6 + R_7) + R_6 R_7) \times Z_c + R_{T1} + R_{T2}} \quad (\text{B.6})$$

where

$$R_{T1} = \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z} \right)^{-1}} \right)^{-1} = 12,5 \, \Omega$$

and

$$R_{T2} = \left( \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7 + \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{Z} \right)^{-1}} \right)^{-1} = 12,5 \, \Omega$$

$V_B/V_A$  is symmetric with respect to the input and the output of the  $\pi$ -network and splits into a factor which depends only on  $Z$  and the resistance values of the  $\pi$ -network and a factor which depends on the crystal impedance  $Z_c$  loaded by the termination impedances of the  $\pi$ -network.

$$\frac{V_B}{V_A} = K(R_2 \dots R_7, Z) \times \frac{1}{Z_c + R_T}$$

où  $R_T = R_{T1} + R_{T2} = 25 \Omega$ .

A ce stade, les approximations ne sont pas faites. L'équation (B.6) est valable même si on admet que les résistances ont une impédance complexe.

La valeur de  $V_B/V_A$  pour  $Z_c = 0 \Omega$  est

$$K/R_T = 0,0333$$

ce qui correspond à l'affaiblissement de 29,6 dB.

#### B.4 Calibration avec la résistance de référence $R_n = 25 \Omega$

Comme  $K$  ne dépend pas de  $Z_c$ , l'application de la formule (B.6) donne ce qui suit:

pour la résistance de référence  $R_n$  insérée dans le circuit en  $\pi$ ,

$$\frac{V_{Bn}}{V_{An}} = \frac{K}{R_n + R_T} \tag{B.7}$$

et pour le résonateur avec l'impédance  $Z_c$  insérée dans le circuit en  $\pi$ ,

$$\frac{V_{Bc}}{V_{Ac}} = \frac{K}{Z_c + R_T} \tag{B.8}$$

En divisant (B.7) par (B.8) et en résolvant l'équation pour  $Z_c$ , on obtient

$$Z_c = \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} (R_n + R_T) - R_T \tag{B.9}$$

A la fréquence de résonance  $f_r$ , l'impédance du résonateur  $Z_c$  est égale à la résistance de résonance  $R_r$ , et on obtient

$$R_r = \left[ \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} \left( \frac{R_n}{R_T} + 1 \right) - 1 \right] R_T \tag{B.10}$$

Pour  $R_n = R_T = 25 \Omega$ , l'équation donnée ci-dessus a pour résultat la formule utilisée en 6.2.2.7.

$$\frac{V_B}{V_A} = K(R_2 \dots R_7, Z) \times \frac{1}{Z_c + R_T}$$

where  $R_T = R_{T1} + R_{T2} = 25 \Omega$ .

Thus far, no approximations have been made. Equation (B.6) holds even if the resistors are assumed to have complex impedance.

The value of  $V_B/V_A$  for  $Z_c = 0 \Omega$  is

$$K/R_T = 0,0333$$

corresponding to an attenuation of 29,6 dB.

#### B.4 Calibration with reference resistor $R_n = 25 \Omega$

As  $K$  does not depend on  $Z_c$ , application of formula (B.6) yields:

for a reference resistor  $R_n$  inserted in the  $\pi$ -network

$$\frac{V_{Bn}}{V_{An}} = \frac{K}{R_n + R_T} \quad (\text{B.7})$$

for a crystal with impedance  $Z_c$  inserted in the  $\pi$ -network

$$\frac{V_{Bc}}{V_{Ac}} = \frac{K}{Z_c + R_T} \quad (\text{B.8})$$

By dividing (B.7) by (B.8) and solving the equation for  $Z_c$  one obtains

$$Z_c = \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} (R_n + R_T) - R_T \quad (\text{B.9})$$

At the resonance frequency  $f_r$  the crystal impedance  $Z_c$  is equal to the resonance resistance  $R_r$ , which gives

$$R_r = \left[ \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} \left( \frac{R_n}{R_T} + 1 \right) - 1 \right] R_T \quad (\text{B.10})$$

For  $R_n = R_T = 25 \Omega$  the above equation results in the formula used in 6.2.2.7.

### B.5 Analyse des erreurs sur la résistance de résonance $R_r$

L'influence des déviations de mesure sur la résistance de résonance  $R_r$  peut être déduite à partir de l'équation (B.10).

$$\begin{aligned} \Delta R_r &= \frac{\partial R_r}{\partial V_{Bn}} \Delta V_{Bn} + \dots + \frac{\partial R_r}{\partial V_{Ac}} \Delta V_{Ac} + \frac{\partial R_r}{\partial R_n} \Delta R_n + \frac{\partial R_r}{\partial R_T} \Delta R_T \\ &= \left( \frac{\Delta V_{Bn}}{V_{Bn}} - \frac{\Delta V_{An}}{V_{An}} + \frac{\Delta V_{Ac}}{V_{Ac}} - \frac{\Delta V_{Bc}}{V_{Bc}} \right) \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} (R_n + R_T) + \\ &\quad + \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} \Delta R_n + \left( \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} - 1 \right) \Delta R_T \end{aligned} \quad (B.11)$$

où

$\Delta V_{An}, \Delta V_{Bn}$  sont les déviations de mesure de la tension r.f. dans les canaux A et B avec une résistance de référence  $R_n$  inséré dans le circuit en  $\pi$ ;

$\Delta V_{Ac}, \Delta V_{Bc}$  sont les déviations de mesure de la tension r.f. dans le canaux A et B avec le résonateur à quartz inséré dans le circuit en  $\pi$ ;

$\Delta R_n$  est la déviation de la résistance de référence à partir de sa valeur nominale;

$\Delta R_T$  est la déviation de la résistance de terminaison d'un circuit en  $\pi$  (comme vu de la part du résonateur) à partir de sa valeur nominale.

Si  $R_n$  est égale à la résistance du résonateur, alors  $V_{An} \approx V_{Ac}$  et  $V_{Bn} \approx V_{Bc}$ , et le dernier terme de la formule (B.11), contenant les erreurs sur le circuit en  $\pi$ , deviendra nulle.

La formule (B.11) correspond à celle de l'article A.4 de l'annexe A.

### B.6 Courant sur le résonateur et niveau d'excitation dans le circuit en $\pi$

Conformément à la figure B.1, le courant sur le résonateur à la fréquence de résonance est donné par

$$I_c = \frac{(V_{Ac}'' - V_{Bc}')}{R_r} \quad (B.12)$$

A partir de l'équation (B.1), on obtient

$$V_{Bc}' = \frac{1}{k_\pi} V_{Bc}$$

La combinaison des équations (B.1) and (B.2) donne

$$V_{Ac}'' = \frac{R_r + R_{T2}}{R_{T2}} \times \frac{1}{k_\pi} V_{Bc}$$

### B.5 Error analysis for the resonance resistance $R_r$

The influence of measuring deviations on the resonance resistance  $R_r$  can be derived from equation (B.10).

$$\begin{aligned} \Delta R_r &= \frac{\partial R_r}{\partial V_{Bn}} \Delta V_{Bn} + \dots + \frac{\partial R_r}{\partial V_{Ac}} \Delta V_{Ac} + \frac{\partial R_r}{\partial R_n} \Delta R_n + \frac{\partial R_r}{\partial R_T} \Delta R_T \\ &= \left( \frac{\Delta V_{Bn}}{V_{Bn}} - \frac{\Delta V_{An}}{V_{An}} + \frac{\Delta V_{Ac}}{V_{Ac}} - \frac{\Delta V_{Bc}}{V_{Bc}} \right) \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} (R_n + R_T) + \\ &\quad + \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} \Delta R_n + \left( \frac{V_{Bn}}{V_{An}} \times \frac{V_{Ac}}{V_{Bc}} - 1 \right) \Delta R_T \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

where

$\Delta V_{An}$ ,  $\Delta V_{Bn}$  are the measuring deviations of r.f. voltage in the channels A and B with reference resistor  $R_n$  inserted in the  $\pi$ -network;

$\Delta V_{Ac}$ ,  $\Delta V_{Bc}$  are the measuring deviations of r.f. voltage in the channels A and B with a crystal inserted in the  $\pi$ -network;

$\Delta R_n$  is the deviation of the reference resistor from its nominal value;

$\Delta R_T$  is the deviation of the termination resistance of the  $\pi$ -network (as seen by the crystal) from its nominal value.

If  $R_n$  is equal to the crystal resistance, then  $V_{An} \approx V_{Ac}$  and  $V_{Bn} \approx V_{Bc}$  and the last term of formula (B.11), which contains the errors of the  $\pi$ -network, will vanish.

Formula (B.11) corresponds to the one in clause A.4 of appendix A.

### B.6 Crystal current and drive level in the $\pi$ -network

According to figure B.1 the crystal current at resonance is given by

$$I_c = \frac{(V_{Ac}'' - V_{Bc}')}{R_r} \quad (\text{B.12})$$

From equation (B.1) one obtains

$$V_{Bc}' = \frac{1}{k_\pi} V_{Bc}$$

Combining equations (B.1) and (B.2) yields

$$V_{Ac}'' = \frac{R_r + R_{T2}}{R_{T2}} \times \frac{1}{k_\pi} V_{Bc}$$

La substitution dans l'équation (B.12) donne

$$I_c = \frac{1}{k_\pi R_{T2}} V_{Bc} = \frac{V_{Bc}}{4,56 \Omega} \quad (\text{B.13})$$

Le niveau d'excitation du résonateur dans le circuit en  $\pi$  doit alors être calculé à partir de

$$P_c = R_r \times I_c^2 \quad (\text{B.14})$$

Pour l'appareillage de mesure de la présente norme, les équations (B.13) et (B.14) sont utilisées avec  $R_n = 25 \Omega$  au lieu de  $R_r$ , c'est-à-dire

$$I_n = \frac{1}{k_\pi R_{T2}} V_{Bn} = \frac{V_{Bn}}{4,56 \Omega}$$

et

$$P_n = R_n \times I_n^2$$

### B.7 Courbe de phase du résonateur inséré dans la circuit en $\pi$

Si le résonateur est approximé par son bras dynamique, son impédance peut être écrite comme suit:

$$Z_c \approx R_1 + j X_1$$

$$\text{où } X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$$

La substitution de cette relation dans l'équation (B.6) donne

$$\frac{V_{Bc}}{V_{Ac}} = K \frac{1}{Z_c + R_T} = K \frac{1}{R_1 + R_T + j X_1}$$

Puisque  $K$  est réel, la phase de  $V_{Bc}/V_{Ac}$  est donnée par

$$\varphi = \arctan \left( \frac{\text{Im} \left( \frac{V_{Bc}}{V_{Ac}} \right)}{\text{Re} \left( \frac{V_{Bc}}{V_{Ac}} \right)} \right) = -\arctan \left( \frac{X_1}{R_1 + R_T} \right)$$